

Título: *¿Cómo puede GeoGebra ayudar en el aprendizaje de las matemáticas en Primaria? Un taller con alumnos de 4º de primaria: algunas ideas*

Autores: Nuria Joglar Prieto (CES Felipe II – Universidad Complutense de Madrid), José María Sordo Juanena (Facultad de Educación – Universidad Complutense de Madrid) y Jon Star (Harvard Graduate School of Education).

Resumen

Desde nuestra experiencia en los últimos años visitando escuelas de educación primaria y dialogando con grupos de maestros, observamos que en muchos casos hacen un trabajo en matemáticas con sus alumnos rutinario, de imitación y repetitivo, en el que no están presentes ni la experimentación (con materiales manipulativos o con TICs), ni el trabajo en grupos pequeños o las discusiones guiadas por el maestro con todo el grupo.

En particular, es conocido que un buen conocimiento del algoritmo de la división no implica la disponibilidad de la operación en la resolución de problemas, y, por lo tanto, no es suficiente aprender solo la mecánica del algoritmo: es necesario otro tipo de trabajo con los alumnos.

En esta comunicación describimos una actuación en un colegio público de Aranjuez (Madrid) sobre la división con los alumnos y profesores de 4º de primaria, en el que el tipo de trabajo que proponemos nos permite incorporar GeoGebra en el quehacer matemático escolar.

Introducción

La combinación del uso de materiales manipulativos con las TICs (GeoGebra), creando un entorno de aprendizaje mixto en las clases de matemáticas favorece la comunicación y la creación de *comunidad matemática* en el aula, donde los alumnos aprenden experimentando en grupos pequeños [1] o a través de discusiones guiadas por su profesor en el aula con pizarra digital.

Un trabajo previo en el que exploramos cómo desarrollar un entorno de aprendizaje mixto es el descrito en el artículo [2] donde implantamos un entorno, llamado Geometría 2.0, con dos grupos de alumnos de 6º de primaria del CP San José de Calasanz (Aranjuez, Madrid) en el curso 2010-11 para trabajar con ellos nociones de geometría básica plana (ángulos y polígonos, puntos notables del triángulo).

A raíz de este estudio preliminar, surgió la idea de probar este tipo de entornos con alumnos de otras edades y con otros conceptos matemáticos en el citado colegio.

Comenzamos en octubre de 2011 con una entrevista a los tutores y una sesión de observación del aula en los tres grupos (total 69 alumnos) de 4º de primaria. Nos encontramos con una situación en la que el trabajo de clase consistía en la enseñanza de la mecánica del algoritmo por imitación del trabajo en la pizarra del profesor de una forma repetitiva y mecánica. Ante esta situación

propusimos una intervención diseñando una secuencia de actividades didácticas que permitieran no abordar el algoritmo de la división de forma inmediata y sí realizar un largo recorrido con sucesivas aproximaciones donde pudiéramos trabajar: repartos, representación en tablas, búsqueda de regularidades por parte del niño, representaciones en la banda numérica, disposiciones de restas sucesivas, los múltiplos de un número y los encuadramientos.

Nuestros objetivos

- Para los maestros (enseñanza):
 - intentar que el profesor modifique su relación con el saber y, como consecuencia, se dé cuenta de que puede modificar su metodología.
 - Que se den cuenta que no deben abordar el algoritmo de la división de forma inmediata, y sí realizar un largo recorrido con sucesivas aproximaciones.
 - Exponer a los profesores a distintas formas de trabajar las matemáticas en el aula [1] y a software específico de matemáticas como GeoGebra para generar una comunidad de matemática en el aula.
- Para los alumnos (aprendizaje y motivación):
 - animar a los alumnos a experimentar, descubrir y comunicarse en matemáticas [2].
 - Exponer a los alumnos a nuevas formas de trabajo en el aula de matemáticas [1] y a las nuevas tecnologías específicas (GeoGebra, [2]).
- Para nosotros (investigación):
 - Analizar si esta forma de trabajar en entornos mixtos mejora tanto el aprendizaje como la motivación de los niños ([2]).
 - Establecer vínculos entre la investigación y la práctica en la didáctica de las matemáticas en primaria.

Nuestra propuesta

Propusimos a los maestros, contando con su colaboración, trabajar con los alumnos, cuidando la transposición didáctica y sin dejar de usar actividades manipulativas y representadas, sobre dos aspectos:

1. Los repartos de cartas y la búsqueda de escrituras multiplicativas (representación en una tabla con el objetivo de buscar cuáles eran las regularidades que se presentaban), con el fin de ir dando sentido al algoritmo de la división euclídea.

2. Trabajar la enseñanza del algoritmo de la división Euclídea antes de la elaboración de escrituras de división, con tareas que permitan tratar el aspecto de aproximación y las representaciones en la recta numérica (e.g. aproximando el dividendo por múltiplos sucesivos del divisor, utilizar escrituras multiplicativas para expresar hechos relativos a distintas situaciones o usar la recta numérica para situar y dar significado, a los cocientes y a los restos por exceso y defecto).

Las actividades para trabajar estos dos aspectos fueron de dos tipos. En primer lugar utilizamos materiales manipulativos con los niños trabajando por parejas: juego de cartas, pizarra, lápiz, regla graduada, papel y la dialéctica. En segundo lugar confeccionamos applets con GeoGebra para complementar el trabajo inicial y de esta manera poder observar si las técnicas empleadas permitían construir imágenes mentales ya definitivas.

El juego del canguro

Para el trabajo de aproximación del dividendo por múltiplos sucesivos del divisor construimos el juego “Ayuda a los canguros australianos”.

Este juego fue diseñado para trabajar en primer lugar con un tablero, fichas y lápiz y papel en una primera sesión, y en segundo lugar con GeoGebra en la siguiente sesión.

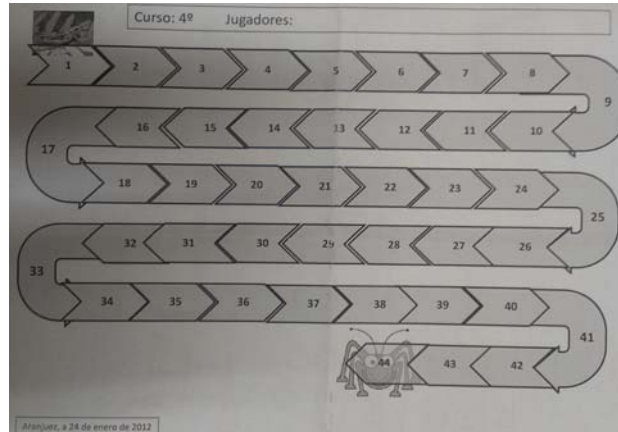


Fig. 1 Tablero

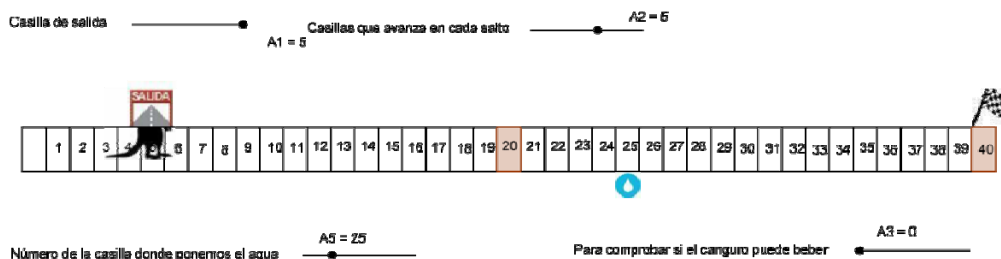


Fig.2 GeoGebra

En las dos sesiones, tanto en la inicial con el tablero, como en la segunda con GeoGebra, los niños reciben la siguiente consigna:

“Seguramente sepas que los canguros viven en el corazón de Australia, donde hace mucho calor, salen al anochecer para ir a beber a los abrevaderos y pasan la noche pastando, antes de volver a su casa. Nuestro canguro tiene que recorrer todo el camino hasta llegar a la comida, pero necesita beber, tú eres el encargado de ponerle unos barreños con agua. Ha estado durmiendo en la casilla “d” y da saltos de “p” casillas, tienes que ponerle tres barreños con agua en tres casillas diferentes, entre los números 20 y 40. Recuerda que el canguro solo podrá beber si cae en la casilla donde has puesto el barreño.”

Y tienen que responder varias preguntas en función de diferentes formas de jugar que el profesor presenta (A es el profesor y B los alumnos).

- Primera forma de jugar:
A escoge y dice a B su casilla de salida y la longitud de sus saltos regulares.
B coloca tres fuentes de agua entre 20 y 40
- Segunda forma de jugar:
A escoge la longitud de sus saltos regulares y la dice
B coloca 3 fuentes de agua (por ejemplo)
A escoge ahora la casilla de salida
- Tercera forma de jugar:
A escoge la casilla de salida y lo dice
B coloca una sola fuente de agua
A elige ahora la longitud de sus saltos regulares
- Cuarta forma de jugar
B coloca una fuente de agua
A elige su casilla de salida y la longitud de sus saltos regulares.

Las variables didácticas de esta situación pueden ser:

- las distintas formas de jugar,
- variar la longitud de la pista (y campo numérico);
- la relación numérica entre la casilla de partida y el número de casillas que avanza el canguro en cada salto;
- el número de fuentes de agua;
- la zona donde poner las fuentes.

¿Cómo organizamos la clase?

El profesor en la pizarra (digital en la segunda sesión) guía las discusiones e institucionaliza los descubrimientos de los niños.

Los alumnos tanto en el gran grupo como organizados de dos en dos, hacen registros en papel y contestan, guardando su turno, a las preguntas del

profesor y entre todos validan las contestaciones. En la primera sesión, el método de trabajo grupal es el descrito en [1], promoviéndose así los “intercambios matemáticos” entre los niños de cada grupo pequeño y entre los diferentes grupos hasta llegar a la discusión final a modo de clausura de la sesión guiada por el profesor.

¿Cuál es el saber que esperamos que el alumno se apropie?

- Acercarse lo más posible a un número usando múltiplos de otro.
- Realizar cálculo mental multiplicativo.
- Interiorizar la noción de aproximación.
- Construir una representación en la recta numérica.

Algunas conclusiones

Las actividades creadas con GeoGebra son muy atractivas para los niños, motivan su participación en clase y despiertan y ayudan a mantener su atención. Esto es algo que se constata de forma evidente mediante la observación.

Los applets de GeoGebra que hemos construido nos han permitido que los alumnos construyan imágenes mentales ya definitivas. Han reforzado las abstracciones de los alumnos y han ayudado a los niños a mejorar en cálculo mental, en la anticipación de resultados y en relación entre la representación en la pantalla mediante GeoGebra y las representaciones con lápiz y papel.

Las situaciones de aprendizaje creadas con GeoGebra pueden ser presentadas de forma que el alumno no percibe que se le quiere enseñar algo. Nos permite crear situaciones en términos de juego en las que los niños necesitan encontrar una estrategia ganadora, aspecto fundamental en los juegos donde se pueden utilizar las matemáticas para resolverlos. En el transcurso de estas actividades los alumnos se ven obligados a investigar los procedimientos para ganar. Los alumnos deben explicar y justificar mediante la formulación las diversas escrituras a realizar.

Utilizando GeoGebra podemos abordar, desde la ingeniería didáctica la problemática de hacer vivir de manera íntegra todos los momentos o dimensiones de la actividad matemática. Las situaciones creadas para ser resueltas con lápiz y papel, dentro de una cierta metodología, son susceptibles de ser reproducibles con un alto grado de fidelidad con GeoGebra.

Las actividades creadas con GeoGebra nos han permitido, no solamente detectar variables didácticas, sino además hacer funcionar estas variables didácticas de forma inmediata, consiguiendo reconducir, cuando el profesor lo deseaba, la situación en juego.

Bibliografía:

[1] *Math Exchanges: Guiding Young Mathematicians in Small-Group Meetings*, Kassia Omohundro Wedekind. Stenhouse Publishers (2011)

[2] *b-Learning y Geometría en 6º de Primaria: Un taller con GeoGebra, Blogs e iTest*, N. Joglar Prieto and J. M. Sordo. Actas Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM), 2011




[3] ERMEL (1977). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire*. Paris: Hatier (cours CP, CE1, CE2, CM1, CM2) 6 tomes.

[4] FONSECA, C; BOSCH, M Y GASCÓN, J (2010). El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. *Educación Matemática*, vol. 22, núm. 2, agosto, 2010, pp. 5-34. Santillana. Distrito Federal, México.
<http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdRed.jsp?iCve=40516666002>

Apéndice 1.

Tabla del juego del canguro

El juego: "Reparto de cartas"

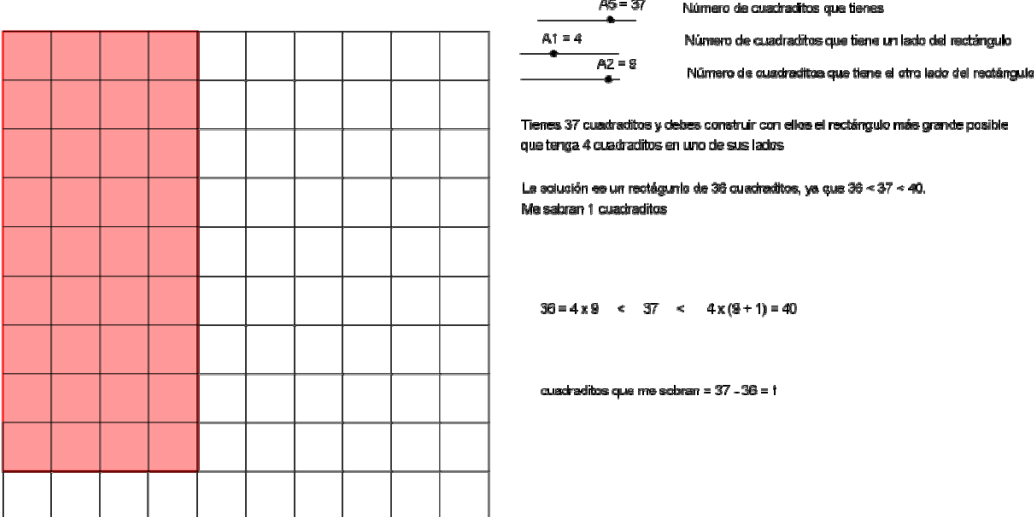
MATHEMATICIANS CHANGE THEIR IDEAS AND STRATEGIES AND COME UP WITH NEW ONES. THEY CHANGE THEIR IDEAS AGAIN. THIS IS PART OF BEING A MATHEMATICIAN

Grupo: 4º	Aranjuez a 24 de enero de 2012	
Jugadores:		
El secretario lanza el dado una vez: ese es el número de casillas que recorre el canguro en un salto. Apunta aquí ese número:		
Empieza a jugar: lanza el dado y avanza con tu canguro sobre el tablero los saltos que te indique el dado. Recuerda el número de casillas de cada salto. Apunta cada lanzamiento en esta tabla.		
Nº sale en dado <small>número de casillas que recorre el canguro en un salto</small>	Nº casillas avanzadas	Nº casillas para llegar al final

Apéndice 2:

Otras actividades con GeoGebra para trabajar la división en primaria

1. El juego: “construir un rectángulo con un lado conocido”



Tienes 37 cuadraditos y debes construir con ellos el rectángulo más grande posible que tenga 4 cuadraditos en uno de sus lados

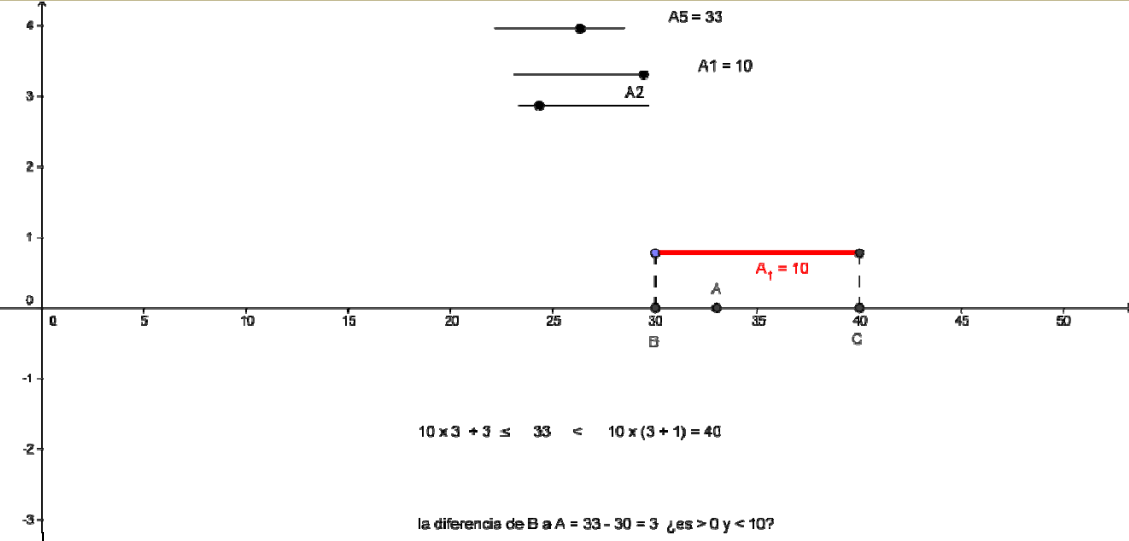
La solución es un rectángulo de 36 cuadraditos, ya que $36 < 37 < 40$.
Me sobran 1 cuadraditos

$$36 = 4 \times 9 < 37 < 4 \times (9 + 1) = 40$$

cuadraditos que me sobran = $37 - 36 = 1$

Consigna: “tenemos 37 cuadraditos y queremos construir con ellos el rectángulo más grande posible que tenga 4 cuadraditos en uno de sus lados”

2. El juego: “encontrar en la recta numérica el número más próximo a uno dado”

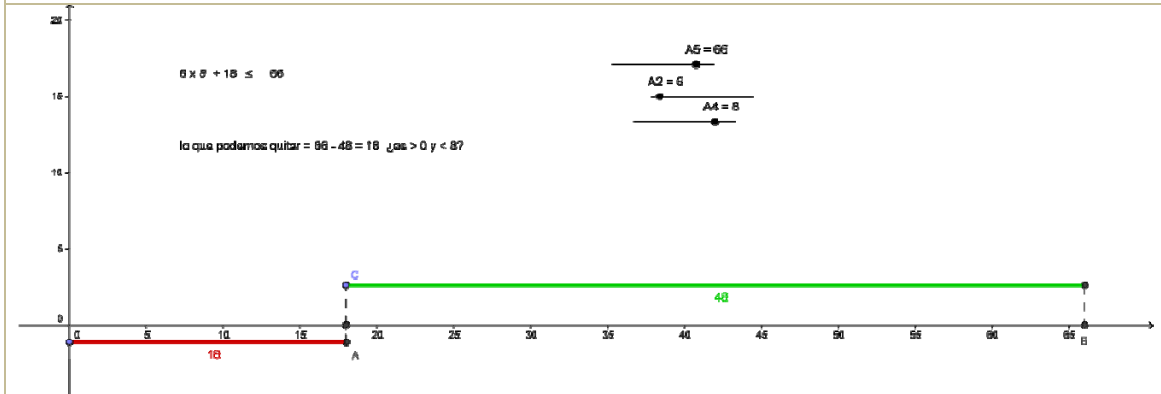


$$10 \times 3 + 3 \leq 33 < 10 \times (3 + 1) = 40$$

la diferencia de B a A = $33 - 30 = 3$ ¿es > 0 y < 10 ?

Consigna: Partiendo desde cero y dando siempre saltos de 10 en 10 números ¿Cuál es el número al que puedes llegar que este más próximo al 33?

3. El juego: "hacer restas en la recta numérica"



Consigna: Partiendo desde el número 66 y dando siempre saltos de 8 en 8 números ¿Cuál es el número al que puedes llegar que este más próximo al 0?

Repartos de bolas con GeoGebra

Actividad para realizar tras la actividad de repartos de cartas en grupos.